

מערכות דינאמיות ובקרה

תרגיל בית 2

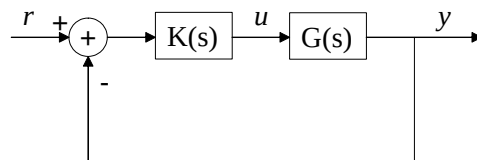
להגשה עד יום א' ה 2.Dec.2007

שאלה 1

בשאלה זו נראה כיצד ניתן בעזרת בקר PI לקבוע את מיקום הקטבים (poles) במערכת מסדר ראשון.
נתונה המערכת הבאה:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= ax + bu \\ y &= cx\end{aligned}$$

- כש- $x, a, b, c, u, y \in \mathbb{R}^-$ קבועים, a, b, c קבועים, x משתנה מצב ו- u קלט)
- א. מצאו את פונקציית התמסורת $G(s)$ (transfer function) מ- u ל- y (כתלות ב- a, b, c).
- ב. נניח (עבור סעיף זה) כי $a = b = c = 1$. האם המערכת יציבה?
- ג. נוסף בקר מסוג PI לקבלת המערכת הבאה:



- כש- $K(s) = k_p + \frac{k_i}{s}$
- ד. נסמן ב- $H(s)$ את המערכת שהתקבלה. מה הוא $H(s)$ (כתלות ב- a, b, c, k_i, k_p)?
- ה. עבור $a = b = c = 1$, מצא k_i ו- k_p כך שלמערכת שתקבל יהיו הקטבים $\lambda_1 = -1$ ו- $\lambda_2 = -2$

שאלה 2

כופלי לגרנג'

$$g(x_1, x_2) = [x_1 \ x_2] \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{ ותהי } f(x_1, x_2) = x_1 + x_2$$

פתור את הבעיה הבאה:

$$\begin{aligned} \max_{x_1, x_2} \quad & f(x_1, x_2) \\ \text{s.t.} \quad & g(x_1, x_2) = 2 \end{aligned}$$

מהם x_1 ו x_2 ומה הערך המקסימלי של f תחת האילוץ?

שאלה 3

מערכת המשוואות הדיפרנציאליות של Lorenz, במקור מודל פשוט לתהליכי קונוקציה אטמוספיריים, היא אחת הדוגמאות הראשונות לדינאמיקה כאוטית:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= 10(y - x) \\ \dot{y} &= x(28 - z) - y \\ \dot{z} &= xy - \frac{8}{3}z \end{aligned}$$

כתבו פונקציה ב-Matlab הממשת את מערכת המשוואות של לורנץ. כתבו פונקציות הממשות אינטגרציה נומרית של Euler ו-Runge-Kutta מסדר רביעי. בדקו מה הם הערכים המקסימליים של dt שמעבר להם האינטגרטורים "מתפוצצים". בצעו אינטגרציה נומרית למערכת מהנקודה

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$$

למשך 3 שניות עבור הערכים $dt=10.^{-1}[-1:-0.1:-4]$ (כלומר, עם קפיצות בסקלה לוגריתמית). ציירו את ערכי המערכת ב- $t=3$ (הנק' האחרונה באינטגרציה) כפונקציה של $\log_{10}(dt)$, עבור שתי שיטות האינטגרציה, על אותו גרף. תארו איכותית את התוצאה. הגדילו את זמן האינטגרציה לחמש שניות. נסו להסביר את התוצאה. מי שרוצה לראות את הגרף המפורסם של דינמיקת לורנץ יכול/ה להשתמש בפונקציית `plot3` כדי לצייר את המסלולים של המערכת במרחב `xyz`.