הערה: אם הפונקציה $h \in H$ נקבעת מראש, אזי מקבלים מדגם, אזי:

$$\Pr_{S\sim D^m}\left[err_S(h)=0 \wedge err(h)\geq \varepsilon \right] \leq (1-\varepsilon)^m \leq e^{-\varepsilon m}$$

אבל! בדרך כלל h נבחרת לאחר ראיית המדגם.

כאשר $|C|$ הוא סופי השתמשנו בחסם האיחוד בכדי לפתור בעיה זו.

הבעיה עכשיו היא ש: $|C|$ אינו סופי ולכן לא ניתן להפעיל שיטה זו חסם האיחוד.

<u>רעיון הוולידציה</u>: נתייחס למדגם S_1 כמדגם אימון ונשתמש במדגם נוסף S_2 שישמש בקבוצת אימות (Validation). כלומר ניתן שני טענות:

1. אם h (הנבחרת לפי S_1) אומנם נכונה לפי h_2 כלומר $err_{S_2}(h)$ קטנה אזי גם $err(h)$ קטנה.

אם כן קל להוכיח שבן h נבחרה לפני שראינו את S_2 ולכן:

$$\Pr_{S_2\sim D^m}\left[err_{S_2}(h)\leq \frac{\varepsilon}{2} \wedge err(h)\geq \varepsilon \right] \leq (1-\varepsilon)^{m/2} \leq e^{-\varepsilon m/2}$$

2. הסיכוי שאינשהוא h מקיים $err_{S_1}(h)=0$ וגם $err_{S_2}(h)\geq \frac{\varepsilon}{2}$ הוא קטן. אם כן מוכיחים בעזרת שני דברים:

<u>א'</u>- לפי הלמה של Sauer, אם $VC\text{-}dim(C)=d$ אזי $\Pi_C(2m)\leq\left(\frac{e2m}{d}\right)^d$

גדול מ-2m

לכן, יש לכל היותר $\left(\frac{e2m}{d}\right)^d$ הפרכות "שונות" ל $S_1\cup S_2$.

<u>ב'</u>- אם מדגם בגודל 2m מגולגל באופן אקראי לשני מדגמים S_1, S_2, ואם יש l פונקציות שונות הנכונות מסוימת שונות מ- $S_1\cup S_2$, אזי הסיכוי שכולן יפלו ב- S_2 הוא: