

הוכחת העלה

בהינתן $S_1, \dots, S_{j-1}, S_j, \dots, S_m$ הקבוצה המלאה של המערכת
 נחזיר את C . נסמן $X = \{1, \dots, n\} \setminus \bigcup_{i=1}^{j-1} S_i$
 $|X| = n_{j-1}$. נראה כי הסתמך האופטימלי
 נלקח על ידי $\frac{n_{j-1}}{|T_i|}$ קבוצות כדי לבנות את X
 ואם כן.

$$OPT: S_1, \dots, S_{j-1}, S_j, \dots, S_m$$

$$|S_r \cap X| \leq |T_i| \quad \text{נראה כי לכל } j \leq r \leq m$$

שכן אם כי שתי המערכות האופטימליות החדשה עדיין

(j-1) הקבוצות המלאות האם על ידי אותן בתוך הכיסוי,

$$\{1, \dots, n\} \setminus \bigcup_{r=1}^{j-1} S_r = X$$

ועם האלגוריתם האופטימלי ח"כ לבחור ולבחור $\frac{|X|}{|T_i|}$ קבוצות

$$|OPT| \geq \frac{|X|}{|T_i|} = \frac{n_{j-1}}{|T_i|}$$

$$|S_r \cap X| \leq |T_i| \quad \text{נשאר להוכיח} \quad j \leq r \leq m$$

$$|S_r \cap X| = |S_r \cap (\{1, \dots, n\} \setminus \bigcup_{a=1}^{j-1} S_a)| =$$

$$= |(S_r \setminus \bigcup_{a=1}^{j-1} S_a) \cap (\{1, \dots, n\} \setminus \bigcup_{a=1}^{j-1} S_a)|$$

$$S' \cup \quad \Sigma n \Sigma = \{1, \dots, n\} \quad \text{נסמן} \quad B = \bigcup_{a=1}^{j-1} S_a \quad \text{NOV}$$

$$|S_r \cap X| = |S_r \cap (\Sigma n \Sigma \setminus B)| =$$

$$= |(S_r \setminus B) \cap (\Sigma n \Sigma \setminus B)| = |T_r \cap X| \leq |T_i \cap X| = |T_i|$$