

למה: האלגוריתם חי' $N - \ln(n)$ קריב.

Coor

1/1 קריב למה את פתרון המינימום בקריב $C \ln(n) N$ (מקריב)

$i=1 \dots m$ $T_i = S_i$ $C = \emptyset$ $X = \{x_1 \dots x_n\}$ האלגוריתם יחיד

כל עוד $X \neq \emptyset$ יהי $j = \arg \max_{i=1 \dots m} |T_i|$ $C = C \cup \{x_j\}$ $T_i = T_i \setminus T_j$ $X = X - T_j$

האלגוריתם מסתיים ב $O(m \cdot n)$ זמן כי בכל שלב $X \subseteq \bigcup_{j=1}^m T_j$ ובכל שלב $|X|$ יורד לפחות ב-1.

מה למדנו מכאן:

$$|A \cap (B \setminus C)| = |(A \setminus C) \cap (B \setminus C)|$$

למה 1: $1+y \leq e^y$ $y \in \mathbb{R}$ z למה 2: $(1+y)^r \leq e^{yr}$

הוכחת הלמה

נניח n_j את מספר הקבוצות X אחרי שהוספו j קבוצות. C למק C במס $n_0 = n$. כל שלב j הוספה C

את הקבוצה i -ית $n_j = n_{j-1} - |T_i|$

$$|T_i| \geq \frac{n_{j-1}}{|OPT|} \Leftrightarrow q(OPT) = |OPT| \geq \frac{n_{j-1}}{|T_i|}$$

למה $C \leq n$

$$n_j = n_{j-1} - |T_i| \leq n_{j-1} - \frac{n_{j-1}}{|OPT|} = n_{j-1} \left(1 - \frac{1}{|OPT|}\right) \leq$$

$$\leq n_{j-2} \left(1 - \frac{1}{|OPT|}\right)^2 \leq n_0 \left(1 - \frac{1}{|OPT|}\right)^j$$

$$n_j \leq n \cdot e^{-\frac{j}{|OPT|}}$$

נניח $n_0 = n$ ונניח $r = y$ $y = -\frac{1}{|OPT|}$ $r = y$ $y = -\frac{1}{|OPT|}$

$$n_j \leq n \cdot \frac{1}{e} = 1 \text{ נניח } j \geq \ln(n) |OPT|$$

ובכן $n_j = 0$ ולכן לא ייבחרו עוד קבוצות. $\ln(n) |OPT|$ למה ה' ונניח