

16.1.05.

אלגוריתמים - הרצאה

יום ראשון 12:00 - חצצה לקראת הסמינר בכחיה 7. 23.1.05.

הסמינר:

* 5 שאלות-בחירה של 4 שאלות מתוך 5. שיעורים וחצי נוס אופציות האורג של חצי שעה. מתוך השאלה חלק ת'אלות' (העזרה לחיבת אמה) חלק חישוב וסעיף של 4-5 נקודות לעדף הקב' יותר מעניקה.

השאלה שאנחנו עוסקים בה: בהינתן מטריצה B ממשית חוצים מוצא מטריצה A קרובה

ל-B בעלת צורה נמוכה. הקירבה בין מטריצות נוצרת בנוסחה l_2

$$\|A-B\| = \sqrt{\sum_{i,j=1}^n (a_{ij} - b_{ij})^2}$$

(A, B מטריצות ריבועיות)

התחלנו לדבר על מידת פחסי (ופשט יותר) של השאלה נדבר B מטריצה מוצבת ל-שאלות. צ"א ניתן לרשום:

$$B = V \begin{pmatrix} \lambda_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & \lambda_n \end{pmatrix} V^t$$

↑
מטריצה אורתוגונלית.

כאשר $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$

$$B = \sum_{i=1}^n \lambda_i V_i V_i^t$$

הבתנו למה:

כאשר $V_1, \dots, V_n$ הן העמודות של המטריצה האורתוגונלית V (כפחסי בן בסיס אורתונורמלי של $\mathbb{R}^n$), וראינו כי פחסי פוקטורים העצמיים של B, צ"א:

$$B V_i = \lambda_i V_i$$

$$\text{rank}(A)=1$$

נפתור את הבעיה הבאה: נמצא מטריצה A כך

$$\|A-B\|_2$$

ומס'ה מינימום של

$$\min_{1 \leq i \leq n} \|B - C_i\|_2$$

$$\lambda_i V_i V_i^t$$

למה? נסמן C_i את המטריצה

למשך $i=1$

במסגרת נראה כי המטריצות $C_1, \dots, C_n$ אורתוגונליות ט"אנו עם המטריצה

$$\langle X, Y \rangle = \sum_{i,j=1}^n X_{ij} Y_{ij}$$

הפנימית (שהו $\heartsuit$ כי)

$$\|X\|_2^2 = \langle X, X \rangle$$

$\langle C_k, C_l \rangle =$ ~~0~~ δ_{kl} כלומר הם האנזים של המטריצות ונראה כי הם האנזים שלם

$$\langle C_k, C_l \rangle = \sum_{i,j=1}^n C_k(i,j) C_l(i,j) = \sum_{i,j=1}^n \lambda_k V_{k(i)} V_{k(j)} \cdot \lambda_l V_{l(i)} V_{l(j)} =$$