מיתוג ומערכות ספרתיות
יחידות סטנדרטיות

1 מפענחים - Decoders

<u>כניסות</u> : n $x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots, x_0$.
<u>יציאות</u> :m $d_{m-1}, d_{m-2}, \ldots, d_0$.
<u>הפלט</u> : נסמן $i = (x_{n-1}, x_{n-2}, \ldots, x_0)_2$ ונגדיר

$$d_j = \begin{cases} 1 & j = i \\ 0 & j \neq i \end{cases}$$

<u>הרעיון</u> : להדליק את הביט ביציאה שמספרה הסודר שווה למספר שהקלט מייצג בבסיס 2.
<u>טבלת אמת</u> : $n = 3,\ m = 2^3 = 8$

x_2	x_1	x_0	d_7	d_6	d_5	d_4	d_3	d_2	d_1	d_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	1	0	0	0	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0

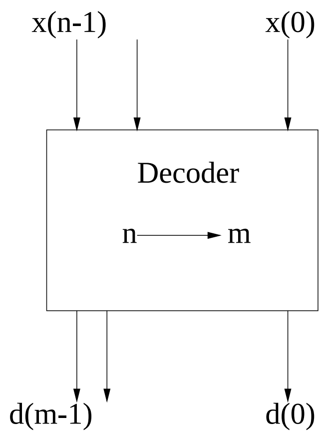
<u>הערות</u>

1. מספר היציאות תמיד יקיים $m \leq 2^n$, כיון שבעזרת n ביטים ניתן ליצג מספרים אי שליליים בטווח $0, 1, \ldots, 2^n - 1$.
2. אם $m < 2^n$ יש להגדיר את הפלט עבור קלטים המייצגים מספרים בתחום $m, m+1, \ldots, 2^n-1$, ישנם מספר אפשרויות :
   (א) הפלט אדיש לקלטים לא חוקיים (למתכנן מימוש של הרכיב חופש לקבוע את הפלט עבור קלטים לא חוקיים).
   (ב) כל יציאות הפלט זהות ושוות ל-$0/1$.
   (ג) להוסיף ביט פלט נוסף שיתן חווי האם הקלט חוקי או לא. שאר יציאות הפלט יוגדרו לפי הסעיפים הקודמים.
3. קלטים שונים ייצרו פלטים זרים. כלומר אם $\bar{x}_1 \neq \bar{x}_2$ קלטים שונים, אזי $\sum_{j=0}^{m-1} d_j(\bar{x}_1) d_j(\bar{x}_2) = 0$.

<u>ממוש</u> : היציאה עם מספר סודר i הינה הפלט של המכפלה (minterm) המתאימה. לדוגמא :

$$\begin{array}{lll} d_0 = x_2'x_1'x_0' & \quad d_0 = 1 \Leftrightarrow x_2x_1x_0 = 000 \\ d_1 = x_2'x_1'x_0 & \quad d_1 = 1 \Leftrightarrow x_2x_1x_0 = 001 \\ d_2 = x_2'x_1x_0' & \quad d_2 = 1 \Leftrightarrow x_2x_1x_0 = 010 \end{array}$$

<u>סימון</u> :

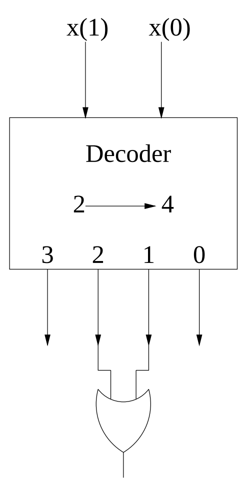


<u>ממוש פונקציות בעזרת מפנחים $n \to 2^n$</u> : ראינו כי כל פונקציה ניתן ליצג בעזרת סכום מכפלות. כיון שהמפענח מוציא את כל המכפלות האפשריות, ניתן לסכום את אלו הנדרשות ליצוג הפונקציה. יתר על כן, כיון שכל המכפלות האפשריות ניתנות, ניתן לממש בעזרת רכיב מפענח יחיד מספר פונקציות שונות.

<u>דוגמא</u> : הפונקציה XOR.

$$f(x,y) = \sum(1,2) = x'y + y'x$$

XOR



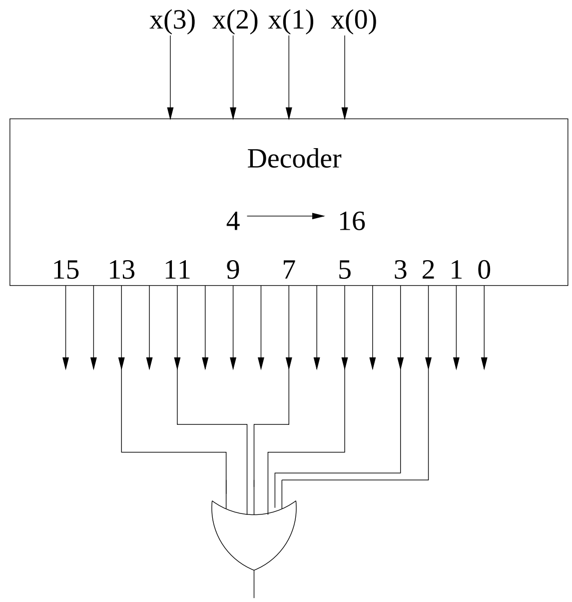
<u>דוגמא</u> : הפונקציה המציינת של מספרים ראשוניים

$$f(x_3,x_2,x_1,x_0) = \sum(2,3,5,7,11,13)$$

טבלת אמת :

x_3	x_2	x_1	x_0	f
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1

המימוש :



הרחבות :

1. היציאות יכולות להיות מהופכות, כלומר הפלט מוגדר ע'י

$$d_j = \begin{cases} 0 & j = i \\ 1 & j \neq i \end{cases}$$

2. הוספת קו קלט נוסף Enable אשר מהווה מתג למעגל. אם $E = 0$ המעגל פועל כפי שהגדרנו (ומהווה פונקציה מציינת), אם $E = 1$ כל היציאות זהות ושוות ל-0.

ניתן להשתמש במספר מפענים 'קטנים' עם קו אפשור (Enable) במקום מפענח אחד 'גדול' כדי לממש פונקציות. נחזור לדוגמת המספרים הראשוניים.

דוגמא : הפונקציה המציינת של מספרים ראשוניים .

טבלת אמת :

x_3	x_2	x_1	x_0	f
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	1	1	1
1	1	0	1	1

נפרק את הפונקציה f ע'פ $f(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3' f_1(x_2, x_1, x_0) + x_3 f_2(x_2, x_1, x_0)$, שתי הפונקציות $f_1,\ f_2$ מהוות פונקציות מותנות. הפונקציה f_1 שווה לפונקציה f כאשר $x_3 = 0$ והפונקציה f_2 שווה לפונקציה f כאשר $x_3 = 1$. טבלאות האמת של הפונקציות :

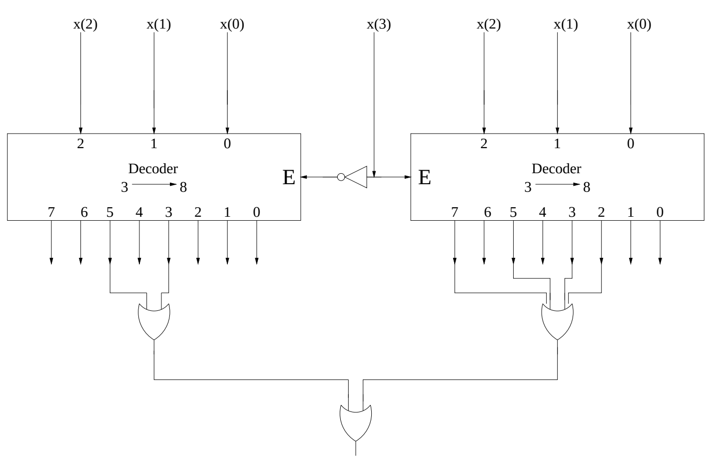
x_2	x_1	x_0	f_1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	1	1

x_2	x_1	x_0	f_2
0	1	1	1
1	0	1	1

ומכאן :

$$
\begin{aligned}
f_1(x_2, x_1, x_0) &= \sum(2, 3, 5, 7) \\
f_2(x_2, x_1, x_0) &= \sum(3, 5)
\end{aligned}
$$

והממוש הינו :



ניתן לפרק את הפונקציה f אחרת, ע״פ $f(x_3,x_2,x_1,x_0) = x_0' f_1(x_3,x_2,x_1) + x_0 f_2(x_3,x_2,x_1)$.
הפונקציה f_1 שווה לפונקציה f כאשר $x_0 = 0$ והפונקציה f_2 שווה לפונקציה f כאשר $x_0 = 1$. ולכן
טבלות האמת של הפונקציות הינם :

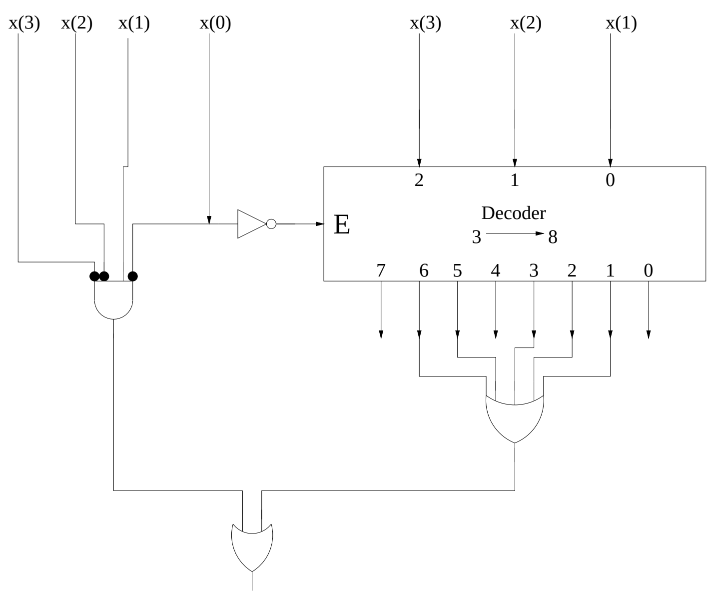
x_3	x_2	x_1	f_1
0	0	1	1

x_3	x_2	x_1	f_2
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	1

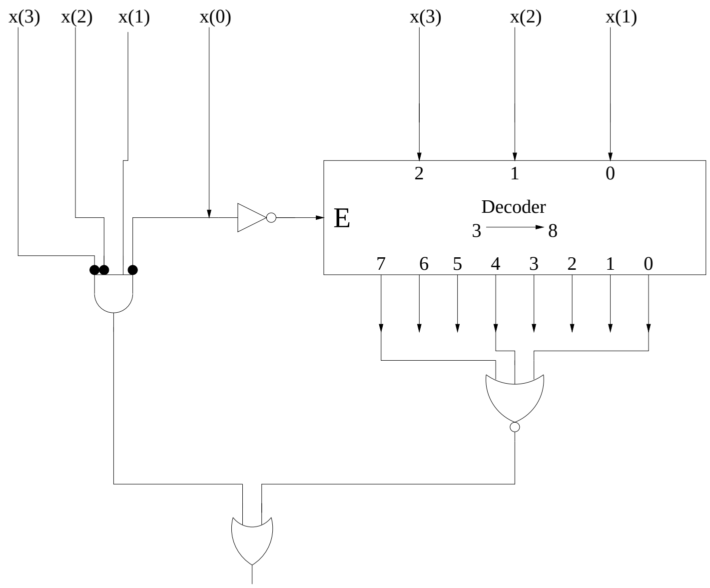
ומכאן :

$$f_1(x_2,x_1,x_0) = \sum(1) = x_3'x_2'x_1$$
$$f_2(x_2,x_1,x_0) = \sum(1,2,3,5,6)$$

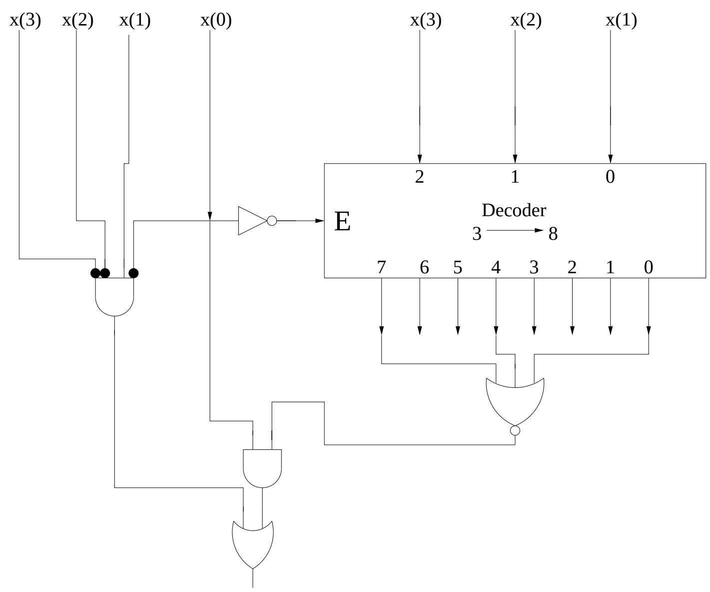
ניתן לחסוך במפענח אחד ולכן הממוש הינו :



ניתן לחסוך ביציאות מן המפענח, ולהשתמש בשער NOR במקום שער OR, המימוש הפשוט היה צריך להיות לכן :



אולם זוהי טעות, לא לקחנו בחשבון כי כאשר $E = 1$ המפענח מוציא אפסים בכל היציאות, ולכן המוצא לאחר שער ה-NOR יהיה שווה ל-1 ללא קשר לקלט (בדקו לדוגמא את הקלט 0100).
ולכן יש לשנות את המעגל ולקבל :



2 מקודדים - Encoders

<u>כניסות</u> :m $x_{m-1}, x_{m-2}, \ldots, x_0$.
<u>יציאות</u> : n $e_{n-1}, e_{n-2}, \ldots, e_0$.

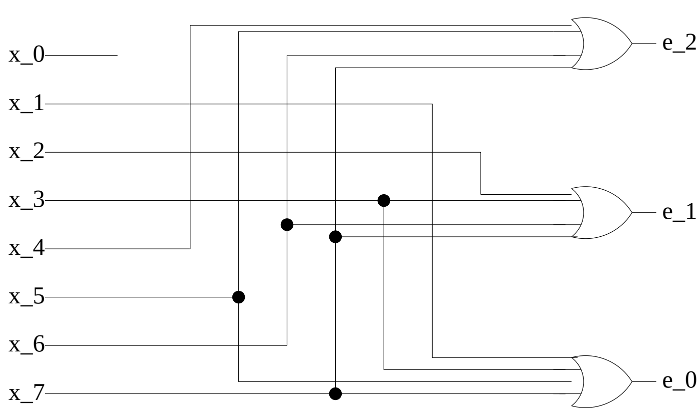
<u>הפלט</u> : אם קיים i כך ש-$x_i = 1$ וכן שלכל $j \neq i$ מתקיים $x_j = 0$ אזי הפלט הינו $i = (e_{n-1} \dots e_0)_2$, את שאר המקרים יש להגדיר.
<u>הרעיון</u> : אם רק אחד מביטי הכניסה דלוק, הפלט יהיה המספר הסודר (מיוצג בבסיס 2) של אותו ביט.
<u>טבלת אמת</u> : $n = 3,\ m = 2^3 = 8$

x_7	x_6	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0	e_2	e_1	e_0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1

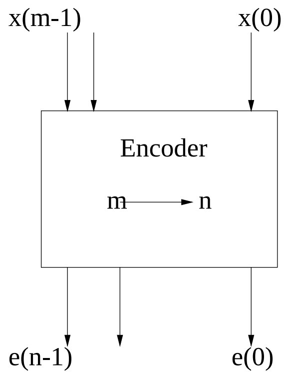
<u>הערות</u>

1. מספר השורות המוגדרות בטבלת האמת הינו m. שאר $2^m - m$ השורות לא מוגדרות, ישנם מס' אפשרויות :
   (א) הפלט אדיש לקלטים לא חוקיים (למתכנן מימוש של הרכיב חופש לקבוע את הפלט עבור קלטים לא חוקיים).
   (ב) כל יציאות הפלט זהות ושוות ל-$0/1$.
   (ג) להוסיף ביט פלט נוסף שיתן חווי האם הקלט חוקי או לא. שאר יציאות הפלט יוגדרו לפי הסעיפים הקודמים.
2. מספר הכניסות תמיד יקיים $m \leq 2^n$, כיון שבעזרת n ביטים ניתן ליצג מספרים אי שליליים בטווח $0, 1, \dots, 2^n - 1$.

<u>ממוש פשוט</u> :
היציאה e_0 מקבלת את הערך 1 אםם $x_1 = 1$ או $x_3 = 1$ או $x_5 = 1$ או $x_7 = 1$.
היציאה e_1 מקבלת את הערך 1 אםם $x_2 = 1$ או $x_3 = 1$ או $x_6 = 1$ או $x_7 = 1$.
היציאה e_2 מקבלת את הערך 1 אםם $x_4 = 1$ או $x_5 = 1$ או $x_6 = 1$ או $x_7 = 1$.



סימון : מקודד עדיפות : מקודדים בהם הפלט מוגדר באופן הבא. אם לא כל ביטי הקלט שווים



ל-0
אזי $(e_{n-1}\dots e_0)_2 = \max\{i : x_i = 1\}$. יש להגדיר את הפלט עבור המקרה שכל ביטי הקלט שווים ל-0. לעיתים מוסיפים קו פלט נוסף לחווי האם כל ביטי הקלט שווים ל-0. במקרה זה טבלת האמת תהיה :

x_7	x_6	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0	e_2	e_1	e_0	Valid
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1
0	0	0	0	0	0	1	x	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1	x	x	0	1	0	1
0	0	0	0	1	x	x	x	0	1	1	1
0	0	0	1	x	x	x	x	1	0	0	1
0	0	1	x	x	x	x	x	1	0	1	1
0	1	x	x	x	x	x	x	1	1	0	1
1	x	x	x	x	x	x	x	1	1	1	1

3 מרבבים - Mulitiplexer

שם נוסף : בורר נתונים - Data Selector.

כניסות : m $x_{m-1}, x_{m-2}, \dots, x_0$
n $s_{n-1}, s_{n-2}, \dots, s_0$

יציאות : 1 f.

הפלט : נסמן $i = (s_{n-1}, s_{n-2}, \dots, s_0)_2$ ונגדיר $f = x_i$

הרעיון : לנתב אל הפלט את הקלט שמספרו הסודר נתון בבסיס 2 ע'י קווי הבקרה $s_{n-1}, s_{n-2}, \dots, s_0$.

<u>טבלת אמת</u> : $n = 3,\ m = 2^3 = 8$

s_2	s_1	s_0	f
0	0	0	x_0
0	0	1	x_1
0	1	0	x_2
0	1	1	x_3
1	0	0	x_4
1	0	1	x_5
1	1	0	x_6
1	1	1	x_7

<u>הערות</u>

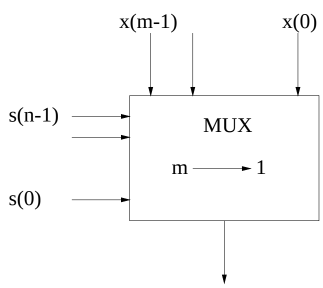
1. מספר הכניסות תמיד יקיים $m \le 2^n$, כיון שבעזרת n ביטי הבקרה ניתן ליצג מספרים אי שליליים בטווח $0, 1, \ldots, 2^n - 1$.
2. אם $m < 2^n$ יש להגדיר את הפלט עבור צרופים של ביטי הבקרה המייצגים מספרים בתחום $m, m+1, \ldots, 2^n - 1$, ישנם מספר אפשרויות :

(א) הפלט אדיש לקלטים לא חוקיים (למתכנן מימוש של הרכיב חופש לקבוע את הפלט עבור קלטים לא חוקיים).

(ב) כל יציאות הפלט זהות ושוות ל-$0/1$.

(ג) להוסיף ביט פלט נוסף שיתן חווי האם הקלט חוקי או לא. שאר יציאות הפלט יוגדרו לפי הסעיפים הקודמים.

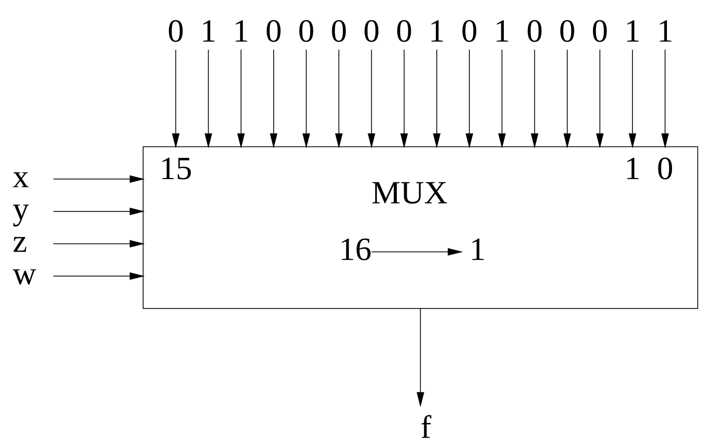
<u>סימון</u> :



ממוש פונקציות בעזרת מרבבים $2^n \rightarrow n$ נציג מספר שיטות, בכל המקרים נדגים בעזרת הפונקציה $f(x,y,z,w) = \sum(0,1,5,7,13,14)$ שטבלת האמת שלה הינה :

	x	y	z	w	f
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	0
11	1	0	1	1	0
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	1
15	1	1	1	1	0

1. ראינו כי כל פונקציה ניתן ליצג בעזרת סכום מכפלות. כיון שהמרבב מאפשר להוציא ערך שונה לכל המכפלות האפשריות, ניתן להכניס את ערך 1 לכל הכניסות המתאימות להשמות בהן הפונקציה מקבלת את הערך 1 ולהכניס את הערך 0 לכל הכניסות המתאימות להשמות המקבלות את הערך 0. ולכן בדוגמא הערך '1' יוזן לכניסות שמספרן הסודר הינו $0,1,5,7,13,14$. מכאן נקבל את המימוש בעזרת מרבב $16 \rightarrow 1$:

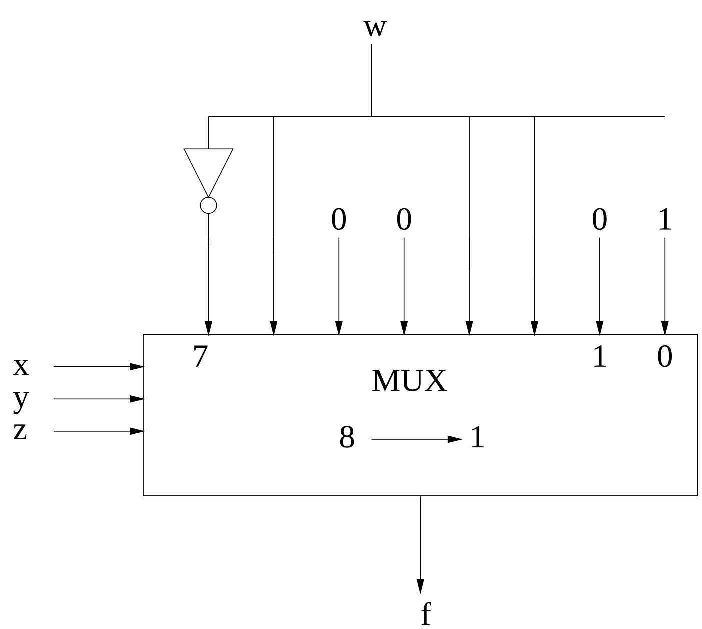


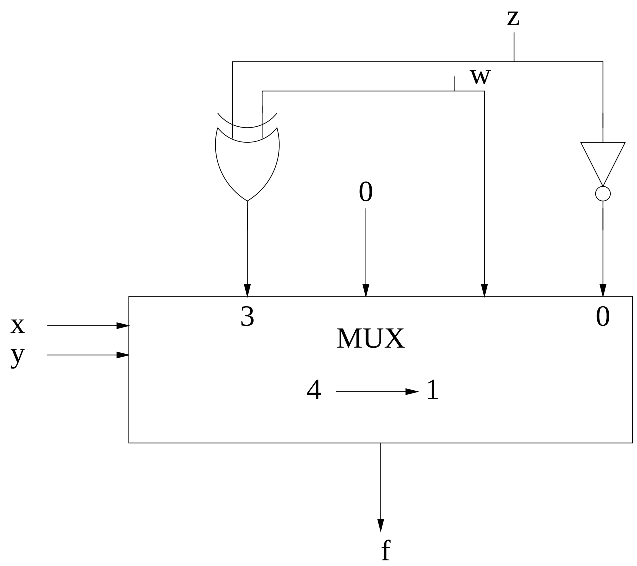
2. נרשום טבלת אמת מותנית. בכל שורה בטבלה כזו קובעים את הערך של חלק מן המשתנים,

ורושמים במשבצת הערך את הערך המותנה כפונקציה של שאר המשתנים. בדוגמא דנן :

	x	y	z	w	f	$f(w\|x,y,z)$
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	1
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	0	0
4	0	1	0	0	0	
5	0	1	0	1	1	w
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	w
8	1	0	0	0	0	
9	1	0	0	1	0	0
10	1	0	1	0	0	
11	1	0	1	1	0	0
12	1	1	0	0	0	
13	1	1	0	1	1	w
14	1	1	1	0	1	
15	1	1	1	1	0	w'

ניתן להשתמש במרבב $8 \to 1$ כאשר המשתנים המתנים $x,\ y,\ z$ יוזנו לקווי הבקרה, ואחד מארבעת הערכים $0,\ 1,\ w,\ w'$ יוזן לכל אחת מן הכניסות, לפי הטבלה, מכאן נקבל :





כאן השתמשנו ב-3 מהמשתנים כקלטים לקווי הבקרה ובעוד משתנה נוסף כארגומנט לכניסות האחרות.

3. נרשום טבלת אמת מותנית עם 2 משתנים מתנים. דוגמא :

	x	y	z	w	f	$f(w,z\|x,y)$
0	0	0	0	0	1	
1	0	0	0	1	1	
2	0	0	1	0	0	
3	0	0	1	1	0	z'
4	0	1	0	0	0	
5	0	1	0	1	1	
6	0	1	1	0	0	
7	0	1	1	1	1	w
8	1	0	0	0	0	
9	1	0	0	1	0	
10	1	0	1	0	0	
11	1	0	1	1	0	0
12	1	1	0	0	0	
13	1	1	0	1	1	
14	1	1	1	0	1	
15	1	1	1	1	0	$z \oplus w$

ניתן להשתמש במרבב $4 \to 1$ כאשר המשתנים המתנים $x,\ y$ יוזנו לקווי הבקרה, ופונקציות שונות של המשתנים $z,\ w$ יוזנו לכל אחת מן הכניסות, לפי הטבלה, מכאן נקבל :

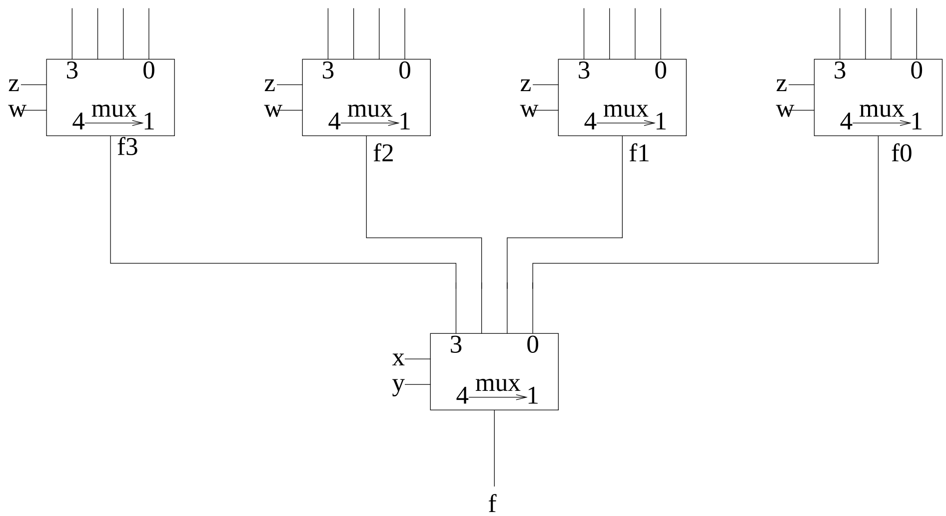
כאן השתמשנו ב-2 משתנים כקלטים לקווי הבקרה ובעוד 2 משתנים כארגומנטים לכניסות האחרות.

<u>הערות</u>

1. בהנתן פונקציה עם n משתנים ניתן לממש אותה בעזרת מרבב $1 \to 2^k$ עבור $k = 1, \ldots, n$. כאשר k משתנים יוזנו לקווי הבקרה, ושאר ה-$n-k$ ישמשו כארגומנטים של פונקציות שהפלט שלהן יוזן לקווי הכניסה.
2. ככל שהערך של k גדול יותר, הפונקציות שיוזנו לקווי הקלט יהיו פשוטות יותר. עבור $k=n$ יש צורך רק בקבועים $0,\ 1$ ועבור $k=n-1$ יש צורך בפונקציות $0,\ 1,\ x,\ x'$.

<u>ממוש היררכי</u>

לעיתים, קיימת דרישה לממש את הפונקציה רק בעזרת מרבבים, במקרה זה יהיה עלינו לממש את הפונקציות שבכניסות למרבב ע'י מרבבים נוספים. בדוגמא שלנו, עבור מרבבים $1 \to 4$ נקבל את המבנה הכללי :



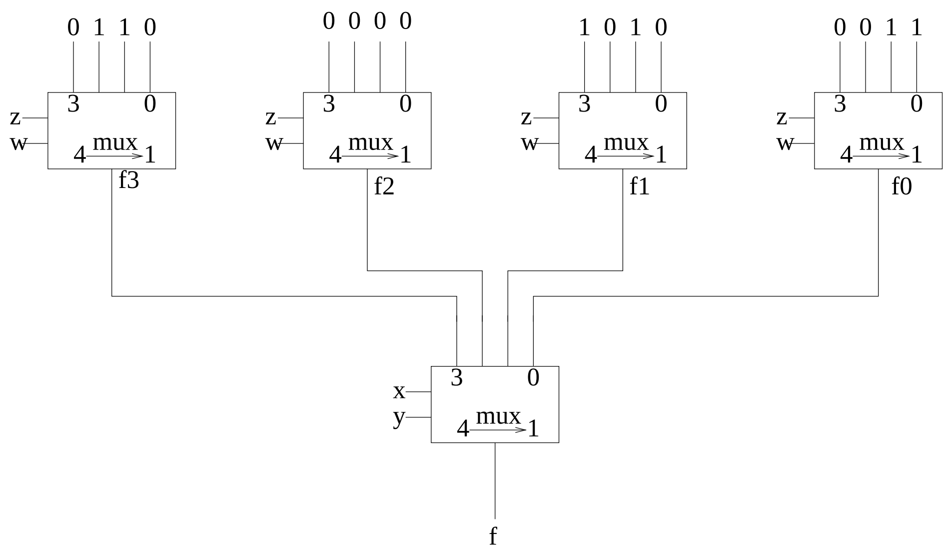
המרבבים ברמה הראשונה מחשבים את את הפונקציות המותנות :

$$
\begin{aligned}
f_0(z,w) &= f(x=0,y=0,z,w)\\
f_1(z,w) &= f(x=0,y=1,z,w)\\
f_2(z,w) &= f(x=1,y=0,z,w)\\
f_3(z,w) &= f(x=1,y=1,z,w)
\end{aligned}
$$

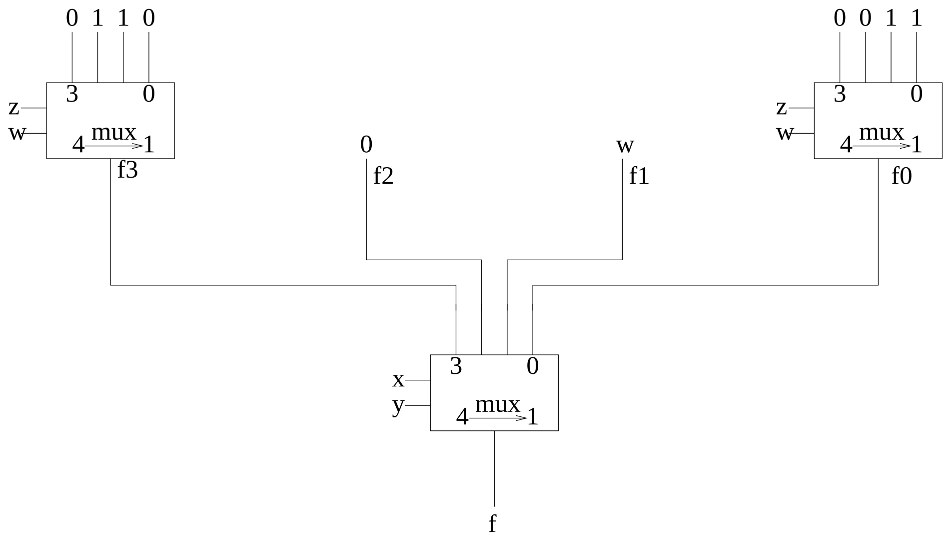
בדוגמא, טבלת האמת של כל אחת מן הפונקציות רשומה לעיל, ונקבל :

$$
\begin{aligned}
f_0(z,w) &= z'\\
f_1(z,w) &= w\\
f_2(z,w) &= 0\\
f_3(z,w) &= z \oplus w
\end{aligned}
$$

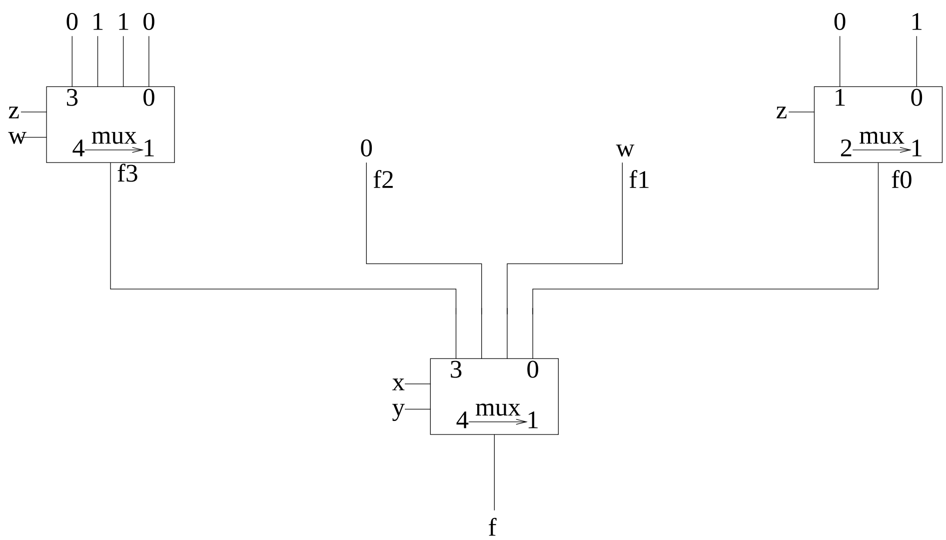
והממוש הינו :



ניתן לחסוך במרבבים. הפונקציה $f_2 \equiv 0$ ולכן ניתן להשמיט את המרבב המתאים ולהכניס 0 בכניסה המתאימה. הפונקציה $f_1 \equiv w$ ולכן ניתן להשמיט את המרבב המתאים ולהכניס את הפונקציה $f_1 \equiv w$. נקבל :



כמו כן, הפונקציה $f_0 = z'$ ואינה תלויה במשתנה w ולכן ניתן לעבור למרבב קטן יותר. נקבל :



<u>הערה</u> בחירת חלוקה חסכונית של המשתנים לקווי בקרה ולקווי קלט הינה בעיה קשה במובן שכדי למצוא את החלוקה החסכונית ביותר יש לעבור כל כל החלוקות האפשריות ולבדוק כל אחת מהן.

4 מפלגים - DeMulitiplexer

<u>כניסות</u> : 1 x

n $s_{n-1}, s_{n-2}, \ldots, s_0$

<u>יציאות</u> : m $.f_0, \ldots\ f_{m-1}$

הפלט : נסמן $i = (s_{n-1}, s_{n-2}, \ldots, s_0)_2$ ונגדיר

$$f_j = \begin{cases} x & j = i \\ 0 & j \neq i \end{cases}$$

הרעיון : לנתב את הקלט אל הפלט שמספרו הסודר נתון בבסיס 2 ע"י כניסות הבקרה $s_{n-1}, s_{n-2}, \ldots, s_0$.
טבלת אמת : $n = 3,\ m = 2^3 = 8$

s_2	s_1	s_0	f_7	f_6	f_5	f_4	f_3	f_2	f_1	f_0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	x
0	0	1	0	0	0	0	0	0	x	0
0	1	0	0	0	0	0	0	x	0	0
0	1	1	0	0	0	0	x	0	0	0
1	0	0	0	0	0	x	0	0	0	0
1	0	1	0	0	x	0	0	0	0	0
1	1	0	0	x	0	0	0	0	0	0
1	1	1	x	0	0	0	0	0	0	0

הערות

1. מספר היציאות תמיד יקיים $m \leq 2^n$, כיון שבעזרת n ביטי הבקרה ניתן ליצג מספרים אי שליליים בטווח $0, 1, \ldots, 2^n - 1$.
2. אם $m < 2^n$ יש להגדיר את הפלט עבור צרופים של ביטי הבקרה המייצגים מספרים בתחום $m, m+1, \ldots, 2^n - 1$, ישנם מספר אפשרויות :
   (א) הפלט אדיש לקלטים לא חוקיים.עבור קלטים לא חוקיים).
   (ב) כל יציאות הפלט זהות ושוות ל-$0/1$.
   (ג) להוסיף ביט פלט נוסף שיתן חווי האם הקלט חוקי או לא. שאר יציאות הפלט יוגדרו כמקודם.

סימון :