

המחלקה לסטטיסטיקה

בחינה במבוא להסתברות ולסטטיסטיקה ב' (מדעי הטבע) 52115

י"ז באלול תשנ"ט
29 באוגוסט 1999

שם המורה: פרופ' עוזי מוטר
מועד הבחינה: ב'
משך הבחינה: שעתיים
יש לענות נכונה על כל 4 השאלות.
ניתן להשתמש בחומר עזר. בהצלחה.

שאלה 1

יהי X מ"מ בעל ההתפלגות הפואסונית עם הפרמטר λ .
יהי Y מ"מ בעל ההתפלגות הפואסונית עם הפרמטר 2λ . X ו- Y בלתי תלויים.
מחיר כל תצפית מהמשתנה X הוא 1.0 ש"ח, ומחיר כל תצפית מהמשתנה Y הוא 1.5 ש"ח.
ברשותך סכום של 30 ש"ח, וברצונך לאמוד את λ . מה תעשה? (נמק).

שאלה 2

פרופורצית הכדורים האדומים בכד א' היא p , ופרופורצית הכדורים האדומים בכד ב' היא $2p$.
רוצים לאמוד את p . לשם כך מוציאים n כדורים מכל כד (עם החזרה).
יהיו X פרופורצית האדומים במדגם מכד א', Y פרופורצית האדומים במדגם מכד ב', ו- $Z = \frac{1}{2}Y$.
האומד ל- p שמציע ראובן: $\hat{p}_1 = \frac{1}{2}X + \frac{1}{2}Z$
האומד ל- p שמציע שמעון: $\hat{p}_2 = \frac{1}{3}X + \frac{2}{3}Z$.
איזה משני האומדים תעדיף? (נמק).

שאלה 3

יהי X מ"מ רציף, בעל פונקציית הצפיפות

$$f(x; \theta) = \begin{cases} e^{-(\theta-x)} & \theta \leq x \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

על סמך מדגם מקרי מגודל n מהאוכלוסייה בעלת ההתפלגות הנ"ל, מצא אומד ניראות מכסימלית ל- θ .

שאלה 4

לפרמטר λ שני ערכים אפשריים: 2 או 3.
השערת האפס טוענת ש- X מתפלג פואסונית עם הפרמטר λ ,
והאלטרנטיבה טוענת ש- X מתפלג גיאומטרית עם הפרמטר λ .
על מנת להכריע, לוקחים שתי תצפיות, ודוחים את השערת האפס אם ורק אם סכומן גדול מ-2.
מהי רמת המובהקות ומהי עוצמתו של המבחן הנ"ל?