

המחלקה לסטטיסטיקה

בחינה במבוא להסתברות ולסטטיסטיקה ב' (מדעי הטבע) 52115

כ"ג באלול תשנ"ח
14 בספטמבר 1998

שם המורה: פרופ' עוזי מוטר
מועד הבחינה: ב'
משך הבחינה: שעתיים
יש לענות נכונה על כל 4 השאלות.
ניתן להשתמש בחומר עזר. בהצלחה.

שאלה 1

X מתפלג פואסונית, עם הפרמטר λ_1 .

Y מתפלג פואסונית, עם הפרמטר λ_2 .

$$\theta = \frac{1}{2}(\lambda_1 + \lambda_2)$$

רוצים לאמוד את θ , ובידינו תקציב ל- n דגימות בסה"כ.
בהנחה שמחיר כל דגימה זהה בשני המ"מ, כמה דגימות מכל משתנה אתה מציע לקחת?

שאלה 2

יהי $0 < \lambda < 10$.

X מתפלג פואסונית, עם הפרמטר λ .

על סמך מדגם מקרי מגודל n מתוך X , מציע ראובן אומד ל- λ בשיטת הניראות המכסימלית.

Y מ"מ רציף, בעל ההתפלגות האחידה בין λ ל- 2λ .

על סמך מדגם מקרי מגודל n מתוך Y , מציע שמעון אומד ל- λ בשיטת המומנטים.

בהנחה שלפרמטר λ אותו ערך בשני המקרים, ושמחיר כל דגימה זהה בשני המ"מ,

איזה משני האומדים, זה של ראובן או זה של שמעון, תעדיף כאומד ל- λ ?

שאלה 3

$$\text{יהי } X \text{ מ"מ רציף, בעל פונקצית הצפיפות } f(x; \theta) = \frac{1}{\theta x} \quad 1 \leq x \leq e^\theta$$

על סמך מדגם מקרי מגודל n מאוכלוסיה בעלת התפלגות זו, מצא אומד ניראות מכסימלית ל- θ .

שאלה 4

בכד שני כדורים, אחד לבן ואחד שחור.

מוציאים כדור באקראי. אם הוא לבן, מחזירים אותו לכד, ומוסיפים לכד כדור לבן. אם הוא

שחור, מחזירים אותו לכד, ומוסיפים לכד כדור שחור.

חוזרים על תהליך זה פעמיים נוספות.

השערת האפס טוענת שהכדור הראשון שהוצאנו היה לבן, והאלטרנטיבה טוענת שהכדור הראשון היה שחור.

מחליטים לדחות את השערת האפס אם ורק אם הכדור שהוצאנו בפעם השלישית היה שחור.

א. מהי רמת המובהקות של המבחן?

ב. מהי העצמה?