

המחלקה לסטטיסטיקה

בחינה במבוא להסתברות ולסטטיסטיקה ב' (מדעי הטבע) 52115

ו' בתמוז תשנ"ח
30 ביוני 1998

שם המורה: פרופ' עוזי מוטרן
מועד הבחינה: א'
משך הבחינה: שעתיים
יש לענות נכונה על כל 4 השאלות.
ניתן להשתמש בחומר עזר. בהצלחה.

שאלה 1

לראובן מונית, והוא מאפשר לנוסעיו להחליט האם יפעיל את המונה בנסיעתם, או לא. המחיר הקבוע של ראובן (המחיר "ללא מונה") לנסיעה ממקום A למקום B הוא 15 ש"ח. שמעון ולוי, שני שומרי חוק וסדר ידועים, הנוסעים לעתים תכופות מ-A ל-B, מקפידים על כך שראובן ינהג בהתאם לתקנות, ויפעיל את המונה בנסיעתם. יתרה מכך, הם טוענים שלמחיר על פי המונה (שיכול להשתנות מנסיעה לנסיעה) תוחלת נמוכה מהמחיר הקבוע, ולראיה הם יציגו סיכום של נסיעות שיבצעו בשבוע הקרוב. ואכן, כעבור שבוע:

שמעון ביצע 6 נסיעות. המחיר הממוצע לנסיעה היה 14.0 ש"ח, וממוצע הריבועים 197.42 ש"ח².
לוי ביצע 4 נסיעות. המחיר הממוצע לנסיעה היה 14.6 ש"ח, וממוצע הריבועים 213.92 ש"ח².
על סמך המדגם של 10 הנסיעות הללו, מה דעתך?

שאלה 2

X מ"מ רציף, בעל ההתפלגות האחידה בין 0 ל- θ .
על סמך מדגם מקרי מגודל n מתוך X , מציע ראובן אומד ל- θ בשיטת המומנטים.
 Y מתפלג גיאומטרית, עם הפרמטר $1/\theta$.
על סמך מדגם מקרי מגודל n מתוך Y , מציע שמעון אומד ל- θ בשיטת המומנטים.
בהנחה שלפרמטר θ אותו ערך בשני המקרים, ושמחיר כל דגימה זהה בשני המ"מ, איזה משני האומדים, זה של ראובן או זה של שמעון, תעדיף כאומד ל- θ ?

שאלה 3

יהי X מ"מ רציף, בעל פונקציית הצפיפות $f(x;\theta) = 1 + \frac{1}{2}\theta - \theta x$ $0 \leq x \leq 1$
רוצים לבדוק $H_0: \theta = \frac{1}{2}$ כנגד $H_1: \theta = 1$.
א. על סמך תצפית בודדת, בנה מבחן בעל עצמה מכסימלית בר"מ $9/16$ לבדיקת ההשערות הנ"ל.
ב. מהי עצמת המבחן?

שאלה 4

יהי X מ"מ רציף, בעל פונקציית הצפיפות $f(x;\theta) = (1+\theta)x^\theta$ $0 \leq x \leq 1$
רוצים לבדוק $H_0: -1 < \theta \leq 1$ כנגד $H_1: \theta > 1$.
לשם כך לוקחים תצפית בודדת, ודוחים את H_0 אם ורק אם היא גדולה מ- $\frac{1}{2}$.
א. מהי רמת המובהקות של המבחן?
ב. מהי העצמה?