

## 52115 מבוא להסתברות ולסטטיסטיקה ב' (מדעי- הטבע)

כ"ח באלול תשס"ב  
5 בספטמבר 2002

שם המורה: פרופ' עוזי מוטרן  
מועד הבחינה: ב'

משך הבחינה: שתיים וחצי  
יש לענות נכונה על כל השאלות.

לכל שאלה יש לסמן כנכונה תשובה אחת בלבד (ע"י הקפת האות המתאימה).  
ניתן להשתמש בחומר עזר.  
בהצלחה.

### שאלה 1

$X$  מ"מ רציף, בעל פונקצית הצפיפות  $f(x; \theta) = \frac{3x^2}{2\theta^3} \quad -\theta \leq x \leq \theta$

האומד ל-  $\theta$  בשיטת המומנטים, המתבסס על מדגם מקרי מגודל  $n$ , הוא

א.  $\bar{x}_n$

ב.  $\max_{1 \leq i \leq n}(x_i)$

ג.  $\sqrt{\frac{5}{3n} \sum_{i=1}^n x_i^2}$

ד.  $\left(\frac{5}{3n} \sum_{i=1}^n x_i^2\right)^{-\frac{1}{3}}$

### שאלה 2

$X$  מ"מ רציף, בעל פונקצית הצפיפות  $f(x; \theta) = \theta^2 x e^{-\theta x} \quad x > 0$

האומד ל-  $\theta$  בשיטת הניראות המכסימלית, המתבסס על מדגם מקרי מגודל  $n$ , הוא

א.  $\max_{1 \leq i \leq n}(x_i)$

ב.  $\min_{1 \leq i \leq n}(x_i)$

ג.  $\left(\frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n x_i\right)^{-1}$

ד.  $\max_{1 \leq i \leq n}(|x_i|)$

### שאלה 3

פרופורצית הכדורים האדומים בכד א' היא  $p > 0$ , ופרופורצית הכדורים האדומים בכד ב' היא  $2p$ .  
על מנת לאמוד את  $p$ , אנו דוגמים כדורים עם החזרה.  
מחיר דגימת כל כדור מכד א' הוא 2 ש"ח, ומחיר דגימת כל כדור מכד ב' הוא 1 ש"ח.  
אם תקציבנו מוגבל, כדאי לנו

- לדגום את כל הכדורים מכד א'.
- לדגום את כל הכדורים מכד ב'.
- שליש הכדורים מכד א', ושני שלישים מכד ב'.
- לא משנה איזה כד נבחר.

### שאלה 4

$X$  ו- $Y$  מ"מ בלתי תלויים, כ"א מתפלג פואסונית עם הפרמטר  $\lambda$ . ברצוננו לאמוד את  $\lambda$ .  
לשם כך נלקח מדגם מקרי בגודל  $n$  מהמשתנה  $X$  ומדגם מקרי בגודל  $m$  מהמשתנה  $Y$ .  
על סמך תצפיות אלה, הצע אומד ל- $\lambda$ .

- $\frac{n}{n+m} \bar{x}_n + \frac{m}{n+m} \bar{y}_m$
- $\bar{x}_n$  אם  $n > m$ , ו- $\bar{y}_m$  אם  $n < m$ .
- $\frac{1}{n} \bar{x}_n + \frac{1}{m} \bar{y}_m$
- $\frac{1}{2} \bar{x}_n + \frac{1}{2} \bar{y}_m$

### שאלה 5

$X$  מ"מ רציף, בעל פונקצית הצפיפות  $f(x; \theta) = \theta x + 1 - \frac{1}{2}\theta$   $0 \leq x \leq 1$ .  
 $H_0: \theta = -1$  ו- $H_1: \theta = +1$ .  
צורת אזור הדחייה של המבחן בעל העצמה המכסימלית לבדיקת ההשערות הנ"ל:

- $\prod_{i=1}^n x_i > c_\alpha$
- $\prod_{i=1}^n \frac{1+2x_i}{3-2x_i} > c_\alpha$
- $\sum_{i=1}^n x_i < c_\alpha$
- $\sum_{i=1}^n x_i > c_\alpha$

## שאלה 6

בכד א' 10 כדורים : 4 לבנים ו- 6 שחורים.  
בכד ב' 10 כדורים : 6 לבנים ו- 4 שחורים.  
בוחרים כד באקראי, ומוציאים ממנו בזה-אחר-זה וללא החזרה, שלשה כדורים.  
אם רובם לבנים, דוחים את השערת האפס הטוענת שהכד שנבחר היה א' (ומקבלים את השערת האלטרנטיבה שהכד שנבחר היה ב').

- א. רמת המובהקות של המבחן היא  $\frac{1}{3}$ .  
ב. עצמת המבחן היא  $\frac{2}{3}$ .  
ג. עצמת המבחן היתה נמוכה יותר אם ההוצאה היתה עם החזרה.  
ד. כל התשובות, א' – ג', נכונות.

## שאלה 7

$X$  מתפלג פואסונית, עם הפרמטר  $\lambda$ . עבור מדגם מקרי מגודל  $n$ :

- א.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  הוא אומד חסר הטיה עבור  $\lambda$ .  
ב.  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_n)^2$  הוא אומד חסר הטיה עבור  $\lambda$ .  
ג.  $\frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$  הוא אומד חסר הטיה עבור  $\lambda$ .  
ד. כל התשובות, א' – ג', נכונות.

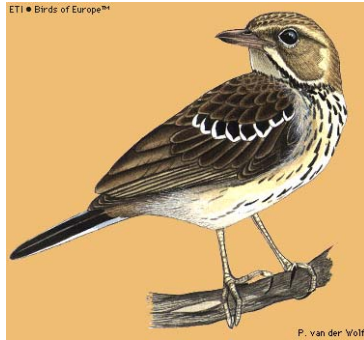
## שאלה 8

יהי  $X$  מ"מ רציף, בעל פונקציית הצפיפות  $f(x; \theta) = (\theta+1)(\theta+2)x^\theta(1-x)$   $0 \leq x \leq 1$   
רוצים לבדוק  $H_0: \theta=0$  כנגד  $H_1: \theta=1$ , ולשם כך לוקחים תצפית בודדת,  $X$ .  
איזור הדחייה של המבחן בעל העצמה המכסימלית ברמת-מובהקות  $\frac{1}{9}$  הוא:

- א.  $X > \frac{2}{3}$   
ב.  $X < \frac{1}{3}$   
ג.  $X > 0.0572$   
ד.  $X < 0.0572$

## שאלה 9

תוחלת האורך של פיפיון העצים (*Anthus trivialis*).  
 ראובן מדד 4 פרטים. ממוצע המדגם היה 14.0 ס"מ, וממוצע הריבועים היה 196.5 ס"מ<sup>2</sup>.  
 שמעון מדד 6 פרטים. ממוצע המדגם היה 15.0 ס"מ, וממוצע הריבועים היה 227.0 ס"מ<sup>2</sup>.  
 על סמך 10 הפרטים הללו, תן רווח-סמך (ברמת בטחון 0.95) לתוחלת האורך של פיפיון העצים.



א. (13.634, 15.566)

ב. (13.806, 15.394)

ג. (12.640, 16.560)

ד. (13.576, 15.424)

## שאלה 10

האם ליל חורף גורם לירידה במשקלו של הדוחל שחור-הגרון (*Saxicola torquata*)?

שקלו 10 פרטים בתחילת הלילה, וקבלו  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 150$  ו-  $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 2262$ .

חזרו ושקלו אותם 10 פרטים עם בוקר, וקבלו  $\sum_{i=1}^{10} y_i = 140$  ו-  $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 1989$ .

מה דעתך?



א. ליל החורף גורם לירידה מובהקת במשקל הממוצע.

ב. ליל החורף גורם לירידה מובהקת ביותר במשקל הממוצע.

ג. אין ליל החורף גורם לירידה מובהקת במשקל הממוצע.

ד. אין בידינו מספיק נתונים על-מנת להחליט.