

## 52115 מבוא להסתברות ולסטטיסטיקה ב' (מדעי-הטבע)

ו' באב תשס"ב  
15 ביולי 2002

שם המורה: פרופ' עוזי מוטר  
מועד הבחינה: א'  
משך הבחינה: שעתיים וחצי  
יש לענות נכונה על כל השאלות.  
לכל שאלה יש לסמן כנכונה תשובה אחת בלבד (ע"י הקפת האות המתאימה).  
ניתן להשתמש בחומר עזר.  
בהצלחה.

### שאלה 1

$X$  מ"מ רציף, בעל ההתפלגות האחידה ברווח  $[-\theta, \theta]$ ,  $\theta > 0$ .  
האומד ל-  $\theta$  בשיטת המומנטים, המתבסס על מדגם מקרי מגודל  $n$ , הוא

א.  $\bar{x}_n$

ב.  $2\bar{x}_n$

ג.  $\sqrt{\frac{3}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2}$

ד.  $\max_{1 \leq i \leq n} (x_i)$

### שאלה 2

$X$  מ"מ רציף, בעל ההתפלגות האחידה ברווח  $[-\theta, \theta]$ ,  $\theta > 0$ .  
האומד ל-  $\theta$  בשיטת הניראות המכסימלית, המתבסס על מדגם מקרי מגודל  $n$ , הוא

א.  $\max_{1 \leq i \leq n} (x_i)$

ב.  $\min_{1 \leq i \leq n} (x_i)$

ג.  $\max_{1 \leq i \leq n} (x_i) + \max_{1 \leq i \leq n} (-x_i)$

ד.  $\max_{1 \leq i \leq n} (|x_i|)$

### שאלה 3

X מ"מ בעל תוחלת  $\mu$  ( $0 \leq \mu \leq 0.25$ ) ושונות 1. עבור מדגם מקרי מגודל 3, הוצעו שני אומדים ל-  $\mu$ :

$$\hat{\mu}_1 = \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{4}x_3$$

$$\hat{\mu}_2 = \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{3}x_3 + 0.1$$

א. האומד הראשון ( $\hat{\mu}_1$ ) הוא חסר הטיה

ב. אם  $\mu \neq 0.1$ ,  $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i + 0.1$  אינו אומד עקיב

ג. אני מעדיף את האומד השני (כלומר את  $\hat{\mu}_2$ )

ד. כל התשובות, א' – ג', נכונות.

### שאלה 4

X מתפלג פואסונית, עם הפרמטר  $\lambda$ . Y מתפלג פואסונית, עם הפרמטר  $2\lambda$ . X ו-Y בלתי תלויים. ברצוננו לאמוד את  $\lambda$ .

לשם כך נלקח מדגם מקרי בגודל n מהמשתנה X ומדגם מקרי בגודל n מהמשתנה Y. על סמך תצפיות אלה, הצע אומד ל-  $\lambda$ .

א.  $\frac{1}{3}\bar{x}_n + \frac{1}{3}\bar{y}_n$

ב.  $\frac{1}{3}\bar{x}_n + \frac{2}{3}\bar{y}_n$

ג.  $\frac{1}{2}\bar{x}_n + \frac{1}{4}\bar{y}_n$

ד.  $\frac{1}{2}\bar{x}_n + \frac{1}{2}\bar{y}_n$

### שאלה 5

בכד 5 כדורים, לבנים ושחורים. יהי X מספר הלבנים ( $X=0,1,2,3,4,5$ ). השערת האפס טוענת שרוב הכדורים לבנים, והאלטרנטיבה היא שרובם שחורים. על מנת להחליט, מוציאים מהכד, בזה אחר זה וללא החזרה, שני כדורים, ודוחים את השערת האפס אם ורק אם שניהם שחורים. רמת המובהקות של המבחן היא:

א. 0.50

ב. 0.25

ג. 0.10

ד. 0.05

## שאלה 6

בכד מספר איזוגי ( $N \geq 5$ ) של כדורים, לבנים ושחורים. השערת האפס טוענת שרוב הכדורים לבנים, והאלטרנטיבה היא שרובם שחורים. על מנת להחליט, מוציאים מהכד שני כדורים, ודוחים את השערת האפס אם ורק אם שניהם שחורים. ראובן מציע להוציא את הכדורים ללא החזרה, ושמעון מציע להוציאם עם החזרה. למי רמת מובהקות נמוכה יותר?

- א. לראובן
- ב. לשמעון
- ג. לשניהם אותה רמת מובהקות
- ד. התשובה אינה חד משמעית, ותלויה במספר הכדורים שבכד.

## שאלה 7

$X$  מתפלג נורמלית, עם תוחלת ושונויות שאינן ידועות.

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 10.0 \quad \text{ו-} \quad \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 12.0$$

במדגם מקרי מגודל 10, קבלו  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 10.0$  ו-  $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 12.0$ . מהי רמת הביטחון של רווח-סמך זה?

- א. 91.46% בערך
- ב. 90%
- ג. 95%
- ד. 93.32% בערך.

## שאלה 8

$X$  מתפלג פואסונית, עם הפרמטר  $\lambda_1$ .  $Y$  מתפלג פואסונית, עם הפרמטר  $\lambda_2$ .  $X$  ו-  $Y$  בלתי תלויים. רוצים לאמוד את  $\lambda_1 - \lambda_2$ , ובידינו תקציב ל-  $n$  דגימות בטה"כ. בהנחה שמחיר כל דגימה זהה בשני המ"מ, כמה דגימות מכל משתנה אתה מציע לקחת?

א. מחצית הדגימות מ-  $X$  ומחצית מ-  $Y$

ב. אם מספר הדגימות מ-  $X$  הוא  $m$ ,  $\frac{m}{n-m} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$

ג. אם מספר הדגימות מ-  $X$  הוא  $m$ ,  $\frac{m}{n-m} = \sqrt{\frac{\lambda_1}{\lambda_2}}$

ד. אם מספר הדגימות מ-  $X$  הוא  $m$ ,  $\frac{m}{n-m} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$

## שאלה 9

$X$  מ"מ רציף, בעל פונקציית הצפיפות  $f(x; \theta) = \frac{1}{2}(\theta+1)(\theta+2)(\theta+3)x^\theta(1-x)^2$   $0 \leq x \leq 1$   $H_0: \theta = 0$  ו-  $H_1: \theta = 2$ .

צורת אזור הדחייה של המבחן בעל העצמה המכסימלית לבדיקת ההשערות הנ"ל:

א.  $\sum_{i=1}^n x_i > c_\alpha$

ב.  $\sum_{i=1}^n x_i^2 > c_\alpha$

ג.  $\prod_{i=1}^n x_i > c_\alpha$

ד.  $\prod_{i=1}^n x_i < c_\alpha$

### שאלה 10

על מנת לבחון את יעילותה של תרופה חדשה להורדת רמת הכולסטרול בדם, לקחו 10 אנשים, ומדדו את רמת הכולסטרול אצל כל אחד מהם לפני ( $x_i$ ) ואחרי ( $y_i$ ) נטילת התרופה.

קבלו  $\sum_{i=1}^{10} x_i = 40$   $\sum_{i=1}^{10} y_i = 30$   $\sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 180$   $\sum_{i=1}^{10} y_i^2 = 106$   $\sum_{i=1}^{10} x_i y_i = 132$

מה דעתך?

- א. התרופה מסייעת להורדת רמת הכולסטרול, באופן מובהק.
- ב. התרופה מסייעת להורדת רמת הכולסטרול, באופן מובהק ביותר.
- ג. אין בנתונים אלה כדי להצביע על ירידה מובהקת ברמת הכולסטרול.
- ד. אין בידינו מספיק נתונים על-מנת להחליט.