

המחלקה לסטטיסטיקה

בחינה במבוא להסתברות ולסטטיסטיקה ב' (מדעי הטבע) 52115

י"ד בתמוז תשס"א
5 ביולי 2001

שם המורה: פרופ' עוזי מוטר
מועד הבחינה: א'
משך הבחינה: שעתיים
יש לענות נכונה על כל 4 השאלות.
ניתן להשתמש בחומר עזר. בהצלחה.

שאלה 1

במסגרת מחקר על מחירי העגבניות בחודש יוני, נדגמו באקראי 10 דוכנים בשוק מחנה-יהודה שברושלים. קבלו (בש"ח לק"ג):

2.70 3.30 3.20 3.50 3.00 3.40 2.90 3.40 2.90 3.00

א. אמוד את תוחלת המחיר לק"ג באוכלוסיית דוכני העגבניות בשוק מחנה יהודה בחודש יוני, ותן רווח סמך (ברמת בטחון 95%) לפרמטר זה.
(הנח שזו אוכלוסייה גדולה מאד, כך שניתן להתייחס לדגימה כאל דגימה עם החזרה).
ב. בחודש יולי נבדקו שנית אותם 10 דוכנים. קבלו (לפי אותו סדר):

3.10 3.80 3.20 3.40 3.50 3.20 3.10 3.30 2.90 3.70

האם יש הבדל בתוחלת המחיר בין שני החודשים? (בדוק ברמת מובהקות 0.05).

שאלה 2

יהי X מ"מ בעל תוחלת μ_1 ושונות σ^2 . יהי Y מ"מ בעל תוחלת μ_2 ואותה שונות σ^2 . X ו- Y ב"ת. ברצוננו לאמוד את $\theta = 2\mu_1 - \mu_2$.

לשם כך ניקח מדגם מקרי מהמשתנה X ומדגם מקרי מהמשתנה Y , ו- $\hat{\theta} = 2\bar{x} - \bar{y}$.
אם ברשותנו תקציב ל- n דגימות בסך הכל, כמה מהן נקצה למדגם מ- X וכמה למדגם מ- Y ?
(הנח מחיר זהה לכל דגימה מ- X ומ- Y).

שאלה 3

יהי X מ"מ בעל תוחלת μ ושונות σ^2 . יהי Y מ"מ בעל תוחלת $\frac{1}{2}\mu$ ואותה שונות σ^2 . X ו- Y ב"ת. ברצוננו לאמוד את μ . ברשותנו מדגם מקרי בגודל n מכל אחד משני המשתנים X ו- Y . הצע אומד ל- μ .

שאלה 4

יהי X מ"מ רציף, בעל פונקציית הצפיפות $f(x; \theta) = \frac{2x + \theta}{1 + \theta}$ $0 \leq x \leq 1$

רוצים לבדוק $H_0: \theta = 0$ כנגד $H_1: \theta = 1$.

א. מה צורת אזור הדחייה של המבחן בעל העצמה המכסימלית (בר"מ נתונה), המבוסס על מדגם מקרי בגודל n לבדיקת ההשערות הנ"ל?
ב. על סמך תצפית בודדת, בנה מבחן בעל עצמה מכסימלית בר"מ 0.09 לבדיקת ההשערות הנ"ל.
ג. מה עצמת המבחן שקבלת בסעיף ב'?